Vorwort

I

Wittgensteins Beschäftigung mit der Mathematik reicht bis in die Anfänge seines Philosophierens zurück. Als angehender Ingenieur der Flugzeugtechnik war er seit seinen Semestern an der Technischen Hochschule Charlottenburg (1906–1908) und seiner Übersiedlung nach Manchester, um dort praktische Versuche in der Aeronautik anzustellen, sicherlich vor allem mit anwendungsbezogener Mathematik befasst. Die Studien mit Drachen und die Konstruktion eines neuartigen Antriebsmechanismus für Flugrotoren führten ihn jedoch bald zu einer intensiven Auseinandersetzung mit theoretischen und philosophischen Grundlagenaspekten der Mathematik. Ludwigs Schwester Hermine schildert den Vorgang in ihren *Familienerinnerungen* dramatisierend als eine Art Berufung. Entscheidend für diese Wende war wohl das Studium der Arbeiten von Bertrand Russell und Gottlob Frege. Wittgenstein erwähnt beide Autoren ausdrücklich im Vorwort zu seiner Frühschrift, der *Logisch-Philosophischen Abhandlung.* Die von diesen beiden Philosophen hergestellte Verbindung von Logik und Mathematik sollte für Wittgenstein – trotz aller tief greifenden Wandlungen seiner Auffassungen im Einzelnen – Zeit seines Lebens leitend bleiben: Stets ging es ihm in erster Linie darum, die (unausgesprochenen) Grundlagen und philosophischen Implikationen der mathematischen Tätigkeit zu erkunden, also, modern ausgedrückt, das »diskursive Fundament«, oder, traditionell formuliert, die »Logik« der mathematischen Praxis aufzudecken.[1]

Wittgensteins Interesse an der Mathematik galt also nur in sehr eingeschränktem Maße der *Lösung* »inner«-mathematischer bzw. fundierungslogischer oder gar systematischer Probleme. *Lösung* bedeutete für ihn im Wesentlichen deren *Auflösung*, also das, wie er in der *Abhandlung* formulierte, *Zum-Verschwinden-Bringen* von Problemen (vgl. T 6.521;

1 Vgl. zu den folgenden Überlegungen die Überblicksdarstellungen Gowers 2002 (Mathematik allgemein) und: Ramharter und Weiberg 2006 (Wittgenstein).

BT 284; PU 133). Deshalb war ihm keineswegs an der konstruktiven Tätigkeit der Aufstellung einer neuen mathematischen *Theorie* oder der Korrektur konkreter Irrtümer seiner Kollegen gelegen. Man könnte sein Verfahren durchaus als de(kon)struktiv bezeichnen (wie *Norbert Schappacher* im zweiten Teil seiner hier vorgelegten Überlegungen zur Mathematikgeschichte vorschlägt) und auf diese Weise eine Brücke zum Anliegen seiner methodischen Überlegungen zum Verfahren der Philosophie in den *Philosophischen Untersuchungen* herstellen.

Wittgensteins Theorieabstinenz speiste sich folglich aus seinem allgemeinen Bestreben, gegen jedwede universalistisch-philosophischen Fundierungsversuche von Mathematik die von ihm häufig als »alltagspraktisch« ausgezeichnete Rolle der Mathematik im Leben der Menschen zu setzen. In diesem Lichte betrachtet, erweist sich die hoch abstrakte, professionelle Arbeit des Mathematikers als ein Sonderfall der praktisch-mathematischen Auseinandersetzung mit der Welt. Zum rechten Verständnis der Wittgenstein'schen Überlegungen ist es unerlässlich, die Dramatik und die Originalität dieser Wendung der Betrachtungsperspektive zu erfassen: Mathematik kann aufgrund dieser Blickweise nicht als eine geschlossene Konstruktion begriffen werden, deren Tragfähigkeit durch das Einziehen platonischer Ideationen oder aber durch den Rekurs auf empirische Fundamente in Erfahrung, empirischer Evidenzerlebnisse, Intuitionen oder subjektiv-idealistischer Vermögenslehren garantiert werden könnte.

Suspendiert man den Fundierungsdiskurs in der Philosophie der Mathematik, so geht man, wie Wittgenstein sein eigenes Vorgehen einmal mit Blick auf Gödel beschrieben hat, an den von den Mathematikern selbst als zentral identifizierten Fragestellungen *vorbei* (vgl. BGM VII, § 19, 383). Folgerichtig ist Wittgenstein keiner der zu seinen Lebzeiten tonangebenden »Schulen« zuzuordnen. Als Philosoph verstand er sich ohnehin nicht als »Bürger einer Denkgemeinde«, sondern als ein beharrlicher Frager, der scheinbar unverrückbar festsitzende »Brillen« abzunehmen (vgl. PU 103) und jene »Fundamente« freizulegen gedenkt, auf welchen das Selbstverständnis der Mathematik ruht, ohne dass dieses Selbstverständnis den Mathematikern durchschaubar wäre (vgl. PU 118). Ihr Streben nach Allgemeinheit und gesicherter Begründung der Mathematik speist sich für Wittgenstein aus einem verständlichen, wenn auch fataler Weise sich selbst missdeutenden Bedürfnis nach Sicherheit und Übersichtlichkeit. Dabei stellt sich doch gerade, wenn man Wittgensteins *praxeologische* Betrachtungsweise übernimmt, heraus, dass die Mathematik mit den von ihren Grundlagentheoretikern angewandten Methoden gerade *nicht* als eine in sich inhaltlich oder formal konsistente (oder zumindest im Idealfall konsistent zu machende) Disziplin aufgefasst werden kann. Wittgenstein schlägt als einen möglichen Ausweg aus dieser Sisyphusarbeit des Fundierens die Betrachtung der mathematischen Tätigkeit als eine *regelgeleitete Technik* vor. Fasst man Mathematik als ein Produkt und zugleich als ein methodisch geregeltes Verfahren der menschlichen Auseinandersetzung mit der Wirklichkeit, dann kann man sie sowohl als *konstruiert*, nämlich als ein »Netz von Normen«, als auch empirisch begründet, nämlich als praxeologisch *bewährt*, begreifen.

Dass Mathematik ein »Netz von Normen« darstellt, bedeutet, wie *Anja Weiberg* in ihrem Beitrag ausführt, unter mathematischer Tätigkeit einen Satz von Vorschriften zu verstehen, die ihre Befolgung (»normativ«) erzwingen – ohne sie wäre Mathematik schlicht nicht möglich. Der Gehorsam gegenüber mathematischen Regeln zeigt sich sowohl in dem technischen Erwerb mathematischer Kompetenzen (Lernen – oder, wie Wittgenstein zuweilen sagt, »Abrichtung«), als auch in der Anerkennung spezifischer mathematischer Sätze, die als Paradigmata das mathematische Geschehen steuern und die daher unhinterfragt gelten, aber nicht, weil sie auf einem *fundamentum inconcussum* der Evidenz ruhen oder als Fixsterne am Himmel platonischer Wesenheiten stehen, sondern weil sie sich im Leben *bewähren*.

Wenn man die mathematischen Operationen nicht als bloßen Ausdruck dessen, was in der Wirklichkeit der Fall ist, betrachtet, sondern als Resultat menschlicher Praxis fasst, kann man mit einem gewissen Recht von einer *anthropologischen* Verankerung ihrer Geltung sprechen. Doch darf dies nicht zu einem relativistischen oder empiristischen Missverständnis führen. Wittgenstein weiß, dass keine *Technik* – und in seinen späten Aufzeichnungen zur Mathematik gebraucht er diesen Ausdruck mit zunehmender Häufigkeit – ohne einen Satz formalisierbarer und daher der Willkür des einzelnen Anwenders gerade entzogener Regeln ausgeübt werden kann. Wenn Wittgenstein nun diese Regeln selbst wiederum zum Gegenstand seiner Untersuchungen macht, dann leugnet er nicht deren Bestehen und damit deren »interne« Geltung; durch seine Betrachtungsweise wird ihre vermeintliche Selbstgegebenheit, ihre sich selbst verbürgende »Regularität« als *problematisch* erkennbar. Wittgenstein stellt also gerade nicht die Frage nach der Angemessenheit der Regel für ihren jeweiligen operativen Zweck. Selbst Regeln, die uns falsch oder untauglich erscheinen mögen, bleiben ja immerhin Regeln: So ist es durchaus denkbar und möglich, dass wir mit Maßstäben aus Gummi oder Teig messen, wir tun es aber vernünftiger Weise nicht, so wie wir in der Regel auch nicht die Höhe eines Berges danach bestimmen, auf welche Weise wir ihn bestiegen haben. Eine Mathematik, deren Zähltechniken die unterschiedlichsten Ergebnisse zuließe, wäre in vieler Hinsicht untauglich. Andererseits müssen wir nicht unsere Additionstechniken verwerfen, selbst wenn ein Drittel aller Rechnungen im Alltag nicht korrekt sein sollte.

Hat man mit Wittgenstein erst einmal seine Sichtweise auf die Mathematik in diesem Sinne verändert, wird man ihm nicht mehr vorwerfen wollen, wie es häufiger in der Wittgenstein-Rezeption geschehen ist, dass er in Bezug auf die wichtigsten Probleme der Mathematik seiner Zeit nur wenig Weiterführendes im Sinne der Disziplin beizusteuern vermochte. Er lässt solche Fragen in der Schwebe, sofern sie nicht sein »logisches« Interesse an den Geltungsgrenzen mathematischer Diskurse tangieren und damit sein sokratisch-skeptisches Hinterfragen provozieren. Die Richtung dieses Fragens lässt die Mathematik nicht als ein Ausdruck oder Spiegelbild der Wirklichkeit gelten, sondern betrachtet sie als eine komplexe Anleitung zum Operieren in einem Regelwerk und den von ihm vorgesehenen bzw. nicht vorherzusehenden Anwendungsfeldern. Dieses Regelwerk folgt keiner vorausliegenden oder es umfassenden Logik, sondern es stiftet allererst diese Logik, indem es eine Technik seiner Anwendung etabliert.

Wenn man mit Wittgenstein davon ausgeht, dass es keine präfigurierte Logik für das technische Operieren in der Mathematik außerhalb des »Netzes von Normen« gibt, an dem die Mathematiker beständig weben, dann erscheint die Mathematik zwar nicht als ein bloßes Gespinst, aber doch als eine filigrane Textur aus diskursiven und außerdiskursiven Bestandteilen. So kommen, wie bei jeder Technik, Aspekte der Schönheit, der Eleganz und der Befriedigung über das Gelingen der Operationen hinzu. Ebenso wichtig scheint das Bedürfnis nach Widerspruchsfreiheit und Universalität zu sein, das sich tief in die abendländische Geschichte eingesenkt und ihre Metaphysik geprägt hat. Dieses Bedürfnis mag auch die Antriebsfeder für das Streben nach Beweisbarkeit und der daraus ableitbaren Sicherheit des mathematischen Vorgehens sein. Solche Bedürfnisse sind ebenso befruchtend wie hinderlich. Sie garantierten schlüssige Antworten auf Herausforderungen, die sich beim Operieren mit mathematischen Größen ergeben, aber halten auch manche metaphysische Falle bereit, etwa wenn die Beweistechniken an ihr Ende kommen oder die schlüssige Fundierung der Mathematik nicht gelingen will.

II

Wenn nun aber Wittgenstein seine Aufgabe nicht darin sieht, an der Aufführung des Gebäudes der Mathematik mitzuarbeiten, sondern destruktiv-dekonstruktiv dessen Fundamente freizulegen; wenn er glaubt, an Mathematikern wie Gödel »vorbeireden« zu müssen, so darf dies nicht als Koketterie ausgelegt, sondern muss als ernst gemeint verstanden werden. Diese Geste des bewussten »Vorbeiredens« ist aus Wittgensteins Sicht unausweichlich. Allerdings hat sie Konsequenzen, die man als tragisch bezeichnen muss: Wozu dann überhaupt das hartnäckige Hinterfragen, wenn es doch zu keinen Veränderungen und zu keinem Fortschritt führt? Warum sich überhaupt damit abgeben? Zu welchem Ziel die ständige Variation von Fragen und Einwänden, auf die der Kritiker Wittgenstein auch keine konstruktive Antwort weiß? Man könnte mit einem von Wittgenstein selbst benutzten Bild sagen: Wittgenstein nimmt mathematische Thesen wie Äpfel aus einem Sack, um sie auf ihre Bekömmlichkeit zu prüfen. Viele sind in seinen Augen zu fleckig oder faul, und er wirft sie fort. Aber die anderen legt er nicht in den Sack zurück, sondern lässt sie gleichsam verstreut auf seinem Untersuchungstisch liegen.

Wittgensteins Verfahren kann dem praktizierenden Mathematiker am Ende als unbefriedigend erscheinen und manchen konstruktiven Philosophen der Mathematik dazu bringen, die *Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik* achselzuckend aus der Hand zu legen. Wittgensteins eigenes Bekunden, mit seinem Philosophieren alles so zu lassen, »wie es ist« – auch und gerade in der Mathematik (vgl. PU 124) –, um den Leerlauf des philosophischen Reflektierens zu denunzieren, denunziert sein eigenes Verfahren am Ende selbst als ein müßiges Spiel – wer es nicht mitspielen möchte, hat nichts verloren; Wittgenstein selbst ist freilich um alle Wirkung gebracht.

Dennoch leistet Wittgenstein mit seinen Überlegungen mehr als nur eine Sammlung von Selbstverständlichkeiten. Seine Untersuchungen sind nicht beliebig, sondern dienen einem spezifischen Zweck: Sie ermöglichen uns eine differenziertere, am Ende deswegen befriedigende Blickweise auf die mathematische Tätigkeit als die Suche nach einer umfassenden und letztbegründeten Theorie, denn sie vermag unseren Blick aus dem Korsett verspannter Sichtweisen zu befreien und das scheinbar Selbstverständliche als Produkt unseres regelhaften Tuns erkennbar werden zu lassen. Auch wenn Wittgenstein nicht zum Fortschritt innerhalb der Disziplin beigetragen haben mag, so hat er doch methodisch innovative und für die mathematische Grundlagendiskussion fruchtbare Betrachtungsperspektiven eröffnet, die von bleibendem Interesse sein dürften.

III

Dass im vorliegenden Band Wittgensteins so genannte Spätphilosophie im Mittelpunkt steht und seine Überlegungen im *Tractatus* im Hintergrund bleiben, kann nicht überraschen. Der *Tractatus* war als eine philosophische Summe intendiert, nach deren Ermittlung über die im Text verhandelten Dinge nichts Weiteres, zumindest nichts Sinnvolles, zu sagen wäre. Dementsprechend apodiktisch fallen auch die über den Text verstreuten Bemerkungen zu spezifisch mathematischen Themen aus. Erst mit Wittgensteins Übersiedlung nach Cambridge 1929 protokolliert er in diskussionsfähiger Ausführlichkeit Überlegungen zu mathematischen Themen, zumeist als Reaktion auf zeitgenössische Theorien und Philosopheme.

Die Beiträge im ersten Teil des Bandes positionieren Wittgensteins Ansichten zur Mathematik im Kontext seiner philosophischen Arbeiten ab 1929. Während *Anja Weiberg* die beiden Grundüberlegungen Wittgensteins mit Blick auf die Geltung mathematischer Normen und Techniken analysiert und das Phänomen der Gewissheit als Paradigma mathematischer Operationen bestimmt, indem sie Wittgensteins Überlegungen zur Mathematik mit den späten Studien zum Phänomen der Gewissheit verknüpft, bricht *Juliet Floyd* in ihrem Beitrag das traditionelle, mathematische Leseverständnis der Wittgenstein-Texte auf, indem sie das Überraschende als den Hebel zum Öffnen der mathematischen Pforten auf neue Untersuchungslandschaften entdeckt. *Michael Nedo* untersucht in seinem Beitrag die problematische Editionsgeschichte der BGM an ausgewählten Beispielen. Er gelangt zu dem bedenklichen Ergebnis, dass die auf deutsch vorliegende Ausgabe der *BGM*, auf die sich die meisten Interpretationen im deutschen Sprachraum stützen, ganz offensichtlich nicht frei ist von philologischen Schnitzern und Manipulationen des handschriftlichen Textkorpus. Nedos Darstellung belegt eindrücklich: für jeden ernsthaft an dem Thema Interessierten ist der Rückgang auf die handschriftlichen Originale unerlässlich.[2]

2 Welch (unangenehme) Überraschungen der Leser dabei erleben kann, mag die zum Umschlagsmotiv gewählte Stelle aus MS 127 verdeutlichen, die Nedo eingehend diskutiert. Mangels Alternativen hat sich der Herausgeber dennoch dafür

Den zweiten Teil des Bandes bilden Untersuchungen zur thematischen und mathematikhistorischen Kontextuierung der Wittgenstein'schen Überlegungen. *Felix Mühlhölzer* analysiert in seinem Beitrag die mögliche Nähe Wittgensteins zum Formalismus; *Norbert Schappacher* arbeitet die Bezüge Wittgensteins zu Hermann Weyl heraus und unternimmt damit zugleich den Versuch, eine innovative Weise der Mathematikgeschichtsschreibung anzuregen; *Wolfgang Kienzler* beschäftigt sich schließlich detailliert mit Wittgensteins in der Literatur sehr unterschiedlich bewerteten Diskussion des Gödel'schen Unvollständigkeitssatzes.

Bis auf Wolfgang Kienzlers und Michael Nedos Aufsatz gehen alle Beiträge dieses Bandes auf einen gleichnamigen Workshop des Einstein Forums im Juli 2005 zurück. Dem Einstein Forum und seinen Mitarbeitern sei für die Gastfreundschaft, Joachim Schulte für die zügige Anfertigung einer kompetenten Übersetzung des Beitrags von Juliet Floyd gedankt. Dank gebührt nicht zuletzt auch dem Verleger des Parerga Verlags, Thomas Egel, der die Publikation mit großem Engagement gefördert hat.

Berlin, im November 2007

Matthias Kroß

entschieden, für diesen Band den im Rahmen der Werkausgabe, Bd. 6, Frankfurt 1984 u. ö. gedruckten Text zu Grunde zu legen.